Semaine du 18 au 20 mai

Séance 1

Activité 1 : cahier de recherche

factorise les expressions :
A=16x² – 25$=(4x)^2-5^2=(4x-5)(4x+5)$
B=(2x-3)² – 81$=(2x-3-9)(2x-3+9)=(2x-12)(2x+6)$
C=100 – $(3-5x)^2=(10-(3-5x))(10+3-5x)=(10-3+5x)(12-5x)=(7+5x)(13-5x)$

Activité 3 : sur cahier de bord

Exercice 1 :
Pour résoudre ces équations du type bx²-a=0

1) soit vous avez la possibilité de factoriser bx²-a=(x– $\sqrt{(\frac{a}{b})}$)(x+ $\sqrt{(\frac{a}{b})}$) et de résoudre l'équation produit

2) ou d'utiliser la propriété du cours et donner directement les solutions en modifiant un peu l'équation pour la ramener à x²= $\frac{a}{b}$ et utiliser directement la propriété.

a.

a. $x^2 - 49 = 0$ x²=49 cette équation admet deux solutions, 7 et -7	**b.** 64–4y²=0 On peut factoriser l'expression 64–4y²=(8-2y)(8+2y) et (8-2y)(8+2y)=0 est une équation produit qui admet deux solutions, soit 8-2y=0 ou 8+2y=0 8-2y+2y=2y ou 8-8+2y=-8 8=2y ou 2y=-8 y=4 ou y= -4 Cette équation a deux solutions 4 et -4	**c.** $9x^2 - 36 = 0$ cette équation est équivalente à $9x^2 - 36 + 36 = 0 + 36$ 9x²=36 x²= $\frac{36}{9}$ =4 cette équation admet deux solutions, 2 et -2	**d.** $25x^2 = 4$ x²= $\frac{4}{25}$ ... x= $\frac{2}{5}$ ou x= $-\frac{2}{5}$

Exercice 2 : Des équations en vrac (certaines doivent être un peu transformées afin de pouvoir les résoudre)

a. (x+2)+(x+3)=0 on simplifie l'expression en enlevant les ( ) 2x+5=0 2x+5-5=-5 2x=-5 x= $-\frac{5}{2}$	**b.** 2x²–5x=0 on factorise l'expression : x(2x-5)=0 cette équation a deux solutions soit x=0 ou 2x-5=0 2x-5+5=5 2x=5 x= $\frac{5}{2}$	**c.** 4x²+6=106+3x² 4x²-3x²+6=106+3x²-3x² x²+6=106 x²+6-6=106-6 x²=100 cette équation admet 2 solutions 100 et -100

d. 4(2–x)+5= –3(2x+3)–12 on développe les expressions 8-4x+5=-6x-9-12 13-4x=-6x-21 13-13-4x=-6x-21-13 - 4x+6x=-6x+6x-34 2x=-34 x=-17	**e.** $\frac{4+x}{8}=\frac{2x-9}{3}$ Le plus simple ici c'est d'utiliser le produit en croix (cela évite les calculs avec des fractions) 3(4+x)=8(2x-9), on développe 12+3x=16x-72 12+72+3x=16x-72+72 84+3x-3x=16x-3x 84=13x x= $\frac{84}{13}$	**f.** $\frac{x}{3}+\frac{5}{6}=\frac{1}{2}-x$ Je vais détailler 2 méthodes 1) $\frac{x}{3}+\frac{5}{6}-\frac{5}{6}=\frac{1}{2}-\frac{5}{6}-x$ $\frac{x}{3}=\frac{3}{6}-\frac{5}{6}-x$ $\frac{x}{3}+x=-\frac{2}{6}-x+x$ $\frac{x}{3}+\frac{3x}{3}=-\frac{1}{3}$ $\frac{4x}{3}=-\frac{1}{3}$ $x=-\frac{1}{4}$ 2) ou bien on multiplie les 2 parties de l'équation par 6 pour supprimer les fractions $6\left(\frac{x}{3}+\frac{5}{6}\right)=6\left(\frac{1}{2}-x\right)$ ce qui donne après avoir développé et simplifié : $2x+5=3-6x$ $2x+6x+5=3-6x+6x$ $8x+5=3$ $8x+5-5=3-5$ $8x=-2$ $x=-\frac{1}{4}$
g. (2-3x)(x+5)=0 C'est une équation produit nul, elle admet deux solutions soit 2-3x=0 ou x+5=0 soit 2-3x+3x=3x ou x= –5 2=3x x= $\frac{2}{3}$ Les solutions sont $\frac{2}{3}$ et –5	**h.** $\left(4x-\frac{1}{3}\right)\left(2+\frac{x}{6}\right)=0$ C'est une équation produit nul, elle admet deux solutions soit $4x-\frac{1}{3}=0$ ou $2+\frac{x}{6}=0$ $4x-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ ou $2+\frac{x}{6}-2=-2$ $4x=\frac{1}{3}$ ou $\frac{x}{6}=-2$ $x=\frac{1}{12}$ ou $x=-12$	**i.** $(x+2)(x-3)=x^2+6$ on développe la 1ère expression : $x^2-3x+2x-6=x^2+6$ les termes en x^2 vont s'éliminer : $x^2-x^2-x-6=x^2-x^2+6$ $-x-6+6=6+6$ $-x=12$ x= –12

Exercice 3 :

Soit A = $(3x + 4)^2 - 81$.

a. Développe l'expression A.

$$A=(3x+4)^2-81=(3x+4)(3x+4)-81=9x^2+12x+12x+16-81=9x^2+24x-65$$

b. Factorise A.

$$A=(3x+4)^2-81=(3x+4)^2-9^2=(3x+4+9)(3x+4-9)=(3x+13)(3x-5)$$

c. Résous l'équation B = 0.

Pour résoudre B=0, on utilise la forme factorisée de B

$(3x+13)(3x-5)=0$

Cette équation produit nul admet deux solutions

Soit $3x+13=0$ ou $3x-5$ =0

$3x+13-13=-13$ ou $3x-5+5=5$

$3x$ = –13 ou $3x$ =5

x = $-\frac{13}{3}$ ou x = $\frac{5}{3}$

Séance 2

Activité 1 : cahier de recherche

Résoudre :

$5(x-2)=7x$ $5x-10=7x$ $5x-5x-10=7x-5x$ $-10=2x$ $x=-5$	25x²–49=0 $25x^2-49+49=49$ $25x^2=49$ $x^2=\frac{49}{25}$ cette équation admet deux solutions $\frac{7}{5}$ et $-\frac{7}{5}$	3x²– 4x=0 $x(3x-4)=0$, c'est une équation produit nul soit x=0 ou 3x-4=0 $3x-4+4=4$ $3x=4$ $x=\frac{4}{3}$ il y a deux solutions 0 et $\frac{4}{3}$

Activité 2 : cahier de bord

Objectif : Résoudre des problèmes en utilisant l'algèbre

Exercice 1 : Un rectangle dont la largeur est le tiers de la longueur a une aire de 12 cm². Quelles sont ses dimensions ?

Remarque : Même si on peut facilement trouver une solution à ce problème, il faut le résoudre avec une équation afin de montrer qu'il n'y a pas d'autres possibilités

L : longueur du rectangle
l : largeur du rectangle
l= $\frac{1}{3}\mathrm{L}$ et l'aire du rectangle : $\mathrm{L}\times l=\mathrm{L}\times\frac{1}{3}\mathrm{L}=\frac{1}{3}\times\mathrm{L}^2$
On obtient l'équation :
$\frac{1}{3}\mathrm{L}^2=12$ on multiplie par 3 pour éliminer la fraction : $\mathrm{L}^2=36$. Cette équation admet deux solutions 6 et –6 or c'est une longueur que l'on cherche, donc L=6
Les dimensions du rectangle sont 6 cm et 2 cm

Exercice 2 : Un cylindre de hauteur 7 cm a un volume de 147 cm³. Déterminer une valeur approchée au centième de son rayon
Volume d'un cylindre
$\pi r^2 h=\pi\times r^2\times 49=49\pi r^2$
donc pour trouver le rayon , on doit résoudre l'équation :

$49\pi r^2=147$ $\pi r^2=\frac{147}{49}=3$ $r^2=\frac{3}{\pi}$ cette équation admet deux solutions, on ne garde que la solution positive : $r=\sqrt{\frac{3}{\pi}}\approx 0{,}98$cm

Sesamath

ex 39 p 45

a. Applique ce programme de calcul aux nombres − 4 ; 5,1 *et* $\frac{7}{3}$.

Pour −4

$(2\times(-4)+1)(3\times(-4)-5)=(-7)\times(-17)=119$

Pour 5,1

$(2\times 5{,}1+1)(3\times 5{,}1-5)=11{,}2\times 10{,}3=115{,}36$

Pour $\frac{7}{3}$

$\left(2\times\frac{7}{3}+1\right)\left(3\times\frac{7}{3}-5\right)=\frac{17}{3}\times 2=\frac{34}{3}$

b. Quel(s) nombre(s) choisir pour que le résultat obtenu soit égal à zéro ?

$(2x+1)(3x-5)=0$

C'est une équation produit nul,

Soit $(2x+1)=0$ ou $(3x-5)=0$

$2x+1-1=-1$; $3x-5+5=5$

$2x=-1$; $3x=5$

$x=-\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{5}{3}$

ex 40 p 45

On d*ispose d'une plaque métallique rectangulaire de dimensions 20 cm et 15 cm. On veut y découper quatre carrés identiques.*

a. Si on découpe des carrés de 2 cm de côté, quelle est l'aire de la partie restante ?

$15\times 20-4\times(2\times 2)=300-16=284$.

L'aire de la partie restante est de 284 cm².

b. Si on découpe des carrés de 8 cm de côté, que se passe-t-il ?

On peut faire 2 carrés sur la longueur, mais un seul sur la largeur. On ne ne peut donc découper que 2 carrés dans cette plaque.

c. On veut que l'aire de la partie restante soit exactement égale à 251 cm^2. Quelle longueur de côté doit-on alors choisir ?

Si on appelle x la longueur de côté du carré, on obtient alors l'équation suivante:

$20\times 15-4x^2=251$

$300-4x^2+4x^2=251+4x^2$

$4x^2 = 300 - 251$

$4x^2 = 49$

$x^2 = \frac{49}{4}$

soit $x = 3{,}5$ ou $x = -3{,}5$

Comme on cherche une longueur et donc une valeur positive, il faut choisir un carré de largeur 3,5 cm.

Ce résultat est cohérent avec les dimensions de la plaque.

d. Est-il possible, en choisissant bien, qu'il ne reste rien après le découpage ?

Pour pouvoir découper 4 carrés identiques dans une plaque rectangulaire sans perte de métal, la longueur du côté d'un carré doit être un diviseur commun à 15 et 20, c'est-à-dire 1 ou 5.

Or, dans les deux cas, il restera du métal après le découpage.

Il est donc impossible de découper 4 carrés identiques dans cette plaque sans perte.

ex 56 p 47

On considère l'expression :
$D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$.

a. Développe et réduis D.

$D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

$= 8x^2 - 12x - 14x + 21 - (2x - 3)(2x - 3)$

$= 8x^2 - 12x - 14x + 21 - (4x^2 - 12x + 9)$

$= 8x^2 - 26x + 21 - 4x^2 + 12x - 9$

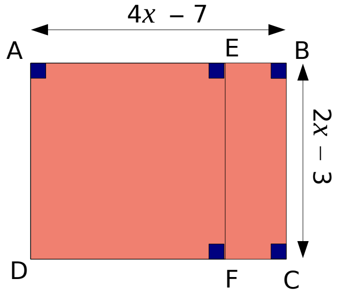
$D = 4x^2 - 14x + 12$

b. Factorise D.

$D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

$= (2x - 3)[(4x - 7) - (2x - 3)]$

$D = (2x - 3)(2x - 4)$



c. Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. On suppose, dans cette question, que x est un nombre supérieur à 2.

Pour quelle(s) valeur(s) de x ($x > 2$), la différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est-elle égale à 12 cm² ?

La différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est de :

$(4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

C'est en fait l'expression D et le problème revient donc à résoudre l'équation : D = 12

ce qui donne, avec l'expression développée :

$4x^2 - 14x + 12 = 12$

$4x^2 - 14x = 0$

$2x(2x - 7) = 0$

ce qui équivaut à $2x = 0$ ou $2x - 7 = 0$

$x = 0$ $\quad x = 3{,}5$

mais x doit être un nombre supérieur à 2. donc x=3,5cm

ex 59 p 48 :

d. Développer les deux expressions A = $(6 - x)^2$ et B = $(6 - x)(4 - x)$.

A = $(6 - x)^2 = (6 - x)(6 - x)$
A = $36 - 6x - 6x + x^2$
A = $x^2 - 12x + 36$

B = $(6 - x)(4 - x)$
B = $24 - 6x - 4x + x^2$
B = $x^2 - 10x + 24$

e. Donner l'écriture développée et réduite de :
E = $(6 - x)^2 - (6 - x)(4 - x) + 2(36 - x^2)$.

E = $x^2 - 12x + 36 - (x^2 - 10x + 24) + 72 - 2x^2$
E = $x^2 - 12x + 36 - x^2 + 10x - 24 + 72 - 2x^2$
E = $-2x^2 - 2x + 84$

f. Factoriser E.

On factorise d'abord : $36 - x^2 = (6 - x)(6 + x)$
et on utilise cette forme pour E
E = $(6 - x)^2 - (6 - x)(4 - x) + 2(6 - x)(6 + x)$
E = $(6 - x)[(6 - x) - (4 - x) + 2(6 + x)]$
E = $(6 - x)[6 - x - 4 + x + 12 + 2x]$
E = $(6 - x)(2x + 14)$

g. Résoudre l'équation E = 0.

C'est une équation produit nul
soit $6 - x = 0$ ou $2x + 14 = 0$...

$x = 6$ ou $x = -7$

Donc, cette équation admet deux solutions :
-7 et 6.

a. Résoudre l'équation E = 84.

E=84 équivaut à : $-2x^2 - 2x + 84 = 84$

$-2x^2 - 2x = 0$

$-2x(x + 1) = 0$

d'où $-2x = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = 0$ $x = -1$

Donc, cette équation admet deux solutions :

-1 et 0.